

pags. 151..152

CIRCUITOS ELECTRICOS.

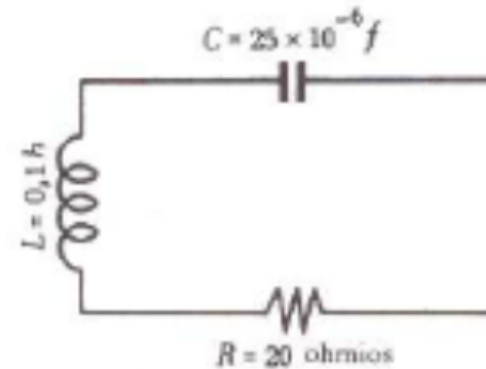
22. Un circuito eléctrico consta de una inductancia de 0,1 henrios, una resistencia de 20 ohmios y un condensador cuya capacidad es de 25 microfaradios (1 microfaradio = 10^{-6} faradios). Hallar la carga q y la corriente i en el tiempo t , siendo las condiciones iniciales a) $q = 0,05$ culombios, $i = dq/dt = 0$ para $t = 0$, b) $q = 0,05$ culombios, $i = -0,2$ amperios para $t = 0$.

Como $L = 0,1$ $R = 20$, $C = 25 \cdot 10^{-6}$, $E(t) = 0$,

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E(t)$$

se reduce a

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 200 \frac{dq}{dt} + 400.000 q = 0.$$



23. Un circuito consta de una inductancia de 0,05 henrios, una resistencia de 20 ohmios, un condensador cuya capacidad es de 100 microfaradios y una f.e.m. de $E = 100$ voltios. Hallar i y q siendo las condiciones iniciales $q = 0$, $i = 0$ para $t = 0$.

Aquí
$$0,05 \frac{d^2 q}{dt^2} + 20 \frac{dq}{dt} + \frac{q}{100 \cdot 10^{-6}} = 100$$

de donde
$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 400 \frac{dq}{dt} + 200.000q = 2000.$$

Integrando,
$$q = e^{-200t}(A \cos 400t + B \sin 400t) + 0,01.$$

Derivando una vez respecto de t ,

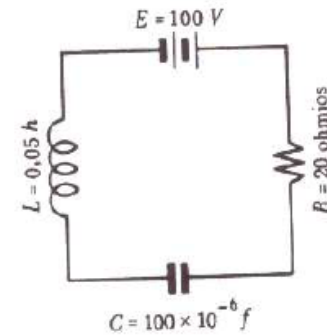
$$i = \frac{dq}{dt} = 200e^{-200t}[(-A + 2B) \cos 400t + (-B - 2A) \sin 400t].$$

Empleando las condiciones iniciales: $A = -0,01$, $-A + 2B = 0$, y $B = -0,005$.

Entonces,
$$q = e^{-200t}(-0,01 \cos 400t - 0,005 \sin 400t) + 0,01$$

y
$$i = 5e^{-200t} \sin 400t.$$

Aquí i se hace despreciable muy pronto mientras que q , en todo caso, llega a ser $q = 0,01$ culombios.



24. Resolver el Problema 23 suponiendo que hay una f.e.m. variable $E(t) = 100 \cos 200t$.

En este caso la ecuación diferencial es

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 400 \frac{dq}{dt} + 200.000q = 2000 \cos 200t. \text{ Entonces,}$$

$$q = e^{-200t} [A \cos 400t + B \sin 400t] + 0.01 \cos 200t + 0.005 \sin 200t$$

$$i = e^{-200t} [(-200A + 400B) \cos 400t + (-200B - 400A) \sin 400t] - 2 \sin 200t + \cos 200t.$$

